



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

پیش آزمون

۸

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



تاریخ پیش آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

# پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	نیمسال اول
هندسه	—	—	نیمسال اول
گسسته	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱- نمودار  $y = 1 - f(4 - \frac{x}{4})$  را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و ۸ واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال داده‌ایم. شکل حاصل با

کدام تغییر بر نمودار  $f(x)$  منطبق خواهد شد؟

(۱) انقباض افقی

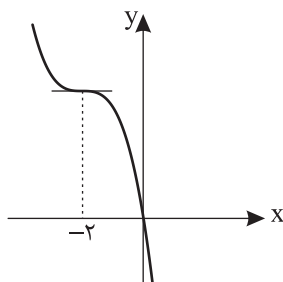
(۲) انقباض افقی

(۳) بازتاب نسبت به محور عرض‌ها

(۴) بازتاب نسبت به محور طول‌ها

۲- نمودار  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$  شکل زیر است. اگر آن را ۳ واحد به چپ و  $k$  واحد به سمت بالا انتقال دهیم، شکل حاصل نمودار  $f$

را در نقطه‌ای به طول -۳ قطع می‌کند،  $k$  کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۸

(۳) ۷

(۴) ۹

۳- هرگاه  $f(x) = 2x^4 - 2ax^3 - x^2 + ax + a$  باقیمانده  $f(x) = fof(x)$  بر  $x-1$  دو برابر باقیمانده  $f(x)$  بر  $x+1$  باشد،  $a$  چه عددی

است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $-\frac{1}{4}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

۴- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $x^2 - 1$  برابر  $3x + 5$  است. باقیمانده تقسیم  $2f(2x+1) + 3f(2x-1)$  بر  $x$  کدام است؟

(۱) ۲۸

(۲) ۲۲

(۳) ۲۶

(۴) ۲۴

۵- توابع  $f$  و  $g$  با دامنه  $\mathbb{R}$  را در نظر بگیرید. اگر توابع  $f - 2g$  و  $f + g$  هر دو اکیداً صعودی باشند، کدام تابع زیر در بازه  $(0, +\infty)$  اکیداً

نزولی است؟

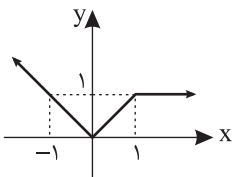
(۱)  $x^2 + f(-x)$

(۲)  $x^2 - g(x)$

(۳)  $x^3 + f(x)$

(۴)  $x^3 + g(x)$

۶- نمودار تابع  $y = 2x - f(x)$  به صورت زیر است. نمودار تابع  $y = f(x) - x$  در کدام بازه زیر اکیداً صعودی است؟



(۱)  $(0, 1)$

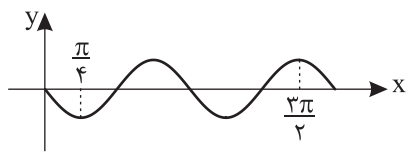
(۲)  $(-1, 1)$

(۳)  $(1, +\infty)$

(۴)  $(-\infty, 1)$

محل انجام محاسبات

۷- نمودار تابع  $f(x) = a^y \sin \frac{x}{a}$  به صورت زیر است. دوره تناوب تابع  $y = \frac{1}{a} \sin ax$  چند برابر  $\pi$  است؟



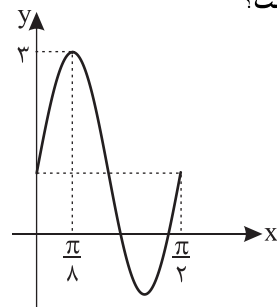
(۱)  $\frac{12}{5}$

(۲)  $\frac{5}{3}$

(۳)  $\frac{5}{6}$

(۴)  $\frac{24}{5}$

۸- نمودار تابع  $f(x) = a - 4 \sin^2(bx - \frac{\pi}{4})$  در یک دوره تناوب به صورت زیر است. حاصل  $a + b$  کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) -۱

۹- اگر  $\alpha$  کوچک ترین جواب مثبت معادله  $\Delta \cos^2 x = 1$  و  $\beta$  کوچک ترین جواب مثبت معادله  $10 \sin^2 x = 9$  باشند، مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟

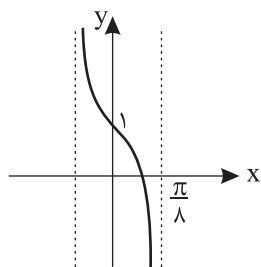
(۴) ۵

(۳) -۵

(۲) -۱

(۱) ۱

۱۰- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a + \sqrt{3} \tan(bx - \frac{\pi}{6})$  شکل زیر است. مقدار  $ab$  کدام است؟



(۱)  $-\frac{16}{9}$

(۲)  $-\frac{4}{9}$

(۳)  $-\frac{8}{3}$

(۴)  $-\frac{16}{3}$

۱۱- جمع جواب های  $\cos(x + \frac{\pi}{6}) \cos(\frac{4\pi}{3} - x) = -\frac{1}{4}$  در بازه  $(0, 2\pi)$  چه عددی است؟

(۴)  $\frac{13\pi}{3}$

(۳)  $\frac{14\pi}{3}$

(۲)  $\frac{10\pi}{3}$

(۱)  $\frac{16\pi}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۲- اختلاف ریشه‌های معادله  $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin 2x} = 0$  در بازه  $(0, 2\pi)$  برابر  $\alpha$  است. حاصل  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{6})$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $-1$

۱۳- اگر  $f(x) = -2ax - 3$  و  $g(x) = ax^2 + 5$  و  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{x}{f(x) + g(x)} = +\infty$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۱۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{f(x)}{\sin x - \sin 2x} = -\infty$  باشد، ضابطه  $f$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $[\frac{\pi}{x}]$  (۲)  $[\frac{x}{\pi}]$

- (۳)  $[-\frac{\pi}{x}]$  (۴)  $[-\frac{x}{\pi}]$

۱۵- اگر  $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + 4}$  به طوری که  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 3$  مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- اگر  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 3}{x^2 - 3x + 4}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(f(x) - c) = 0$  باشد، مقدار  $\frac{ab}{c}$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۷- تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{ax^2 + 2x + 5a - 4}$  فقط یک مجانب قائم دارد، برای  $a$  چند مقدار متمایز یافت می‌شود؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۸- تابع  $f(x) = \frac{ax - 1}{2x + b}$  مفروض است. اگر نقطه برخورد مجانب‌های توابع  $f^{-1}(x)$  و  $\frac{1}{f(x)}$  بر هم منطبق باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 4$  (۲)  $\pm 2$

- (۳)  $\pm \sqrt{2}$  (۴)  $\pm 2\sqrt{2}$

۱۹- ماتریس ستونی  $B$  از مرتبه ۳ با درایه‌های یک و  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  به طوری که  $AB = 1$  باشد را در نظر

بگیرید. اگر  $C = \begin{bmatrix} \tan 2\theta & 1 \\ 0 & -\tan 2\theta \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های  $C^{1403}$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲)  $-1$  (۳) ۲ (۴) صفر

۲۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & 5-4x \end{bmatrix}$  ماتریسی اسکالر و غیرهمانی و  $B = \begin{bmatrix} y-5 & y+5 \\ 8 & -20 \end{bmatrix}$  باشد، به ازای کدام مقدار  $y$ ، ماتریس  $A+B$

وارون پذیر نیست؟

(۱)  $10$  (۲)  $-10$  (۳)  $-20$  (۴)  $20$

۲۱- اگر ماتریس  $A$  وارون پذیر بوده و  $\bar{0} = A + 2(A^{-1})^2$  باشد، وارون ماتریس  $A^2 - A + I$  کدام است؟

(۱)  $-A - I$  (۲)  $A + I$

(۳)  $\frac{1}{2}(A - I)$  (۴)  $\frac{1}{2}(-A - I)$

۲۲- مجموع ریشه‌های معادله دترمینانی  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 6 & x+8 \\ x-2 & 4 & -4 \end{vmatrix} = 0$  کدام است؟

(۱)  $-5$  (۲)  $-1$  (۳)  $2$  (۴)  $5$

۲۳- اگر  $AB^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $3BA^{-1} - I$  برابر کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $-1$  (۴)  $3$

۲۴- اگر  $3A^{-1} = \begin{bmatrix} |A| & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  و  $|A| > 0$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^2$  کدام است؟

(۱)  $-12$  (۲)  $-6$  (۳)  $6$  (۴)  $12$

۲۵- در مثلث  $ABC$  ضلع  $BC$  ثابت و رأس  $A$  در صفحه مثلث تغییر وضعیت می‌دهد. اگر زاویه بین نیمساز زاویه‌های داخلی  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  برابر  $135^\circ$  باشد، مکان هندسی رأس  $A$  کدام است؟

(۱) قسمت‌هایی از دو دایره مساوی که  $BC$  وتر مشترک آنهاست.

(۲) دو خط موازی با  $BC$

(۳) دایره‌ای به قطر  $BC$  به جز نقاط  $B$  و  $C$

(۴) دو خط عمود بر هم

۲۶- مجموع مختصات مرکز دایره‌ای که از دو نقطه  $A(-1, 1)$  و  $B(1, 0)$  بگذرد و خط  $2y = x - 1$  شامل قطری از آن باشد، کدام است؟

(۱)  $-1/5$  (۲)  $-0/5$  (۳)  $0/5$  (۴)  $0/75$

۲۷- معادله خط مماس بر دایره محیطی مثلث  $ABC$  با رئوس  $A(4, 2)$ ،  $B(-4, 6)$  و  $C(-6, 2)$  در رأس  $A$  کدام است؟

(۱)  $y = 2$  (۲)  $y = x - 2$  (۳)  $y = -x + 6$  (۴)  $x = 4$

محل انجام محاسبات

۲۸- چند وتر به طول صحیح از نقطه  $A(4, -1)$  درون دایره  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 36$  می‌گذرد؟

- ۵ (۱)      ۸ (۲)      ۴ (۳)      ۹ (۴)

۲۹- دو دایره  $x^2 + y^2 + 4\sqrt{6}y + b = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2x = 3$  فقط سه مماس مشترک دارند. طول مماس مشترک بزرگ‌تر آنها کدام

است؟

- ۴ $\sqrt{3}$  (۱)      ۴ $\sqrt{6}$  (۲)      ۲ $\sqrt{3}$  (۳)      ۲ $\sqrt{6}$  (۴)

۳۰- اگر قطر عمود بر محور xهای دایره  $C: x^2 + y^2 - 4 = 0$ ، وتر مشترک با دایره  $C': x^2 + y^2 - 2x - a = 0$  بسازد، مقدار a کدام

است؟

- ۴ (۱)      ۴ (۲)      ۲ (۳)       $\sqrt{2}$  (۴)

۳۱- گزاره زیر را در نظر بگیرید.

$n^2 + 1$  یا  $2^n + 1$  عددی اول است  $\Rightarrow n$  عدد طبیعی است.

چند عدد طبیعی و یک رقمی مثال نقض آن می‌باشد؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۴ (۳)      ۸ (۴)

۳۲- دقیقاً ۴ نقطه با مختصات صحیح روی منحنی  $y = 1 + \frac{\lambda x - a}{x + 2}$  قرار دارد. عدد a کدام نمی‌تواند باشد؟

- ۳ (۱)      ۷ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۳ (۴)

۳۳- در تقسیم عدد a بر b، باقیمانده نصف بیشترین مقدار خود را دارد. می‌دانیم  $a + 11$  بر b بخش پذیر است. چند مقدار طبیعی برای b

وجود دارد؟ ( $b > 1$ )

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۴- مجموع ارقام کوچک‌ترین عضو سه‌رقمی مجموعه  $\{69r + 161s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$  کدام است؟

- ۵ (۱)      ۸ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۳۵- باقیمانده تقسیم عدد  $1 - 11^{31} \times 7^{28}$  بر ۱۹ کدام است؟

- صفر (۱)      ۱۸ (۲)      ۷ (۳)      ۱۱ (۴)

۳۶-  $\overline{a \circ ba} \equiv \overline{b \circ a}$  برای عدد دورقمی ab چند جواب داریم؟

- ۵ (۱)      ۳ (۲)      ۸ (۳)      ۷ (۴)

محل انجام محاسبات

۳۷- می‌دانیم  $1 + 100! | 101$ ، باقیمانده تقسیم  $97!$  بر  $101$  کدام است؟

- ۱) ۱۵      ۲) ۱۹      ۳) ۱۷      ۴) ۲۱

۳۸- در گراف  $G$  با رأس‌های  $\{v_1, v_2, \dots, v_{12}\}$  در بین مجموعه همسایگی‌های بسته،  $N_G[v_1]$  دارای بیشترین عضو که برابر ۸ عضو است بوده و مجموعه  $N_G(v_{12})$  دارای کمترین تعداد عضو در بین همسایگی‌های باز بوده که برابر با ۴ عضو می‌باشد. اختلاف بیشترین و کمترین مقدار اندازه گراف کدام است؟

- ۱) ۱۵      ۲) ۱۸      ۳) ۱۶      ۴) ۱۷

۳۹- گراف ۳-منتظم  $G$  ناهمبند و از مرتبه  $P = 10$  می‌باشد. حداکثر چند یال می‌توان به این گراف اضافه کرد تا همچنان ناهمبند بماند؟

- ۱) ۵      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۸

۴۰- گراف زیر چند زیر گراف ناهمبند دارای دور است؟

- ۱) ۶

- ۲) ۷

- ۳) ۸

- ۴) ۹

